Textures Dynamiques et approches variationnelle spatiotemporelle.

GDT IMEDOC - Textures Dynamiques

Lugiez Mathieu

Doctorant
Laboratoire L3i/MIA
Université de La Rochelle
sous la direction de:

Michel Ménard - L3i - La Rochelle
Abdallah El-Hamidi - MIA - La Rochelle

20 novembre 2008

Problématique

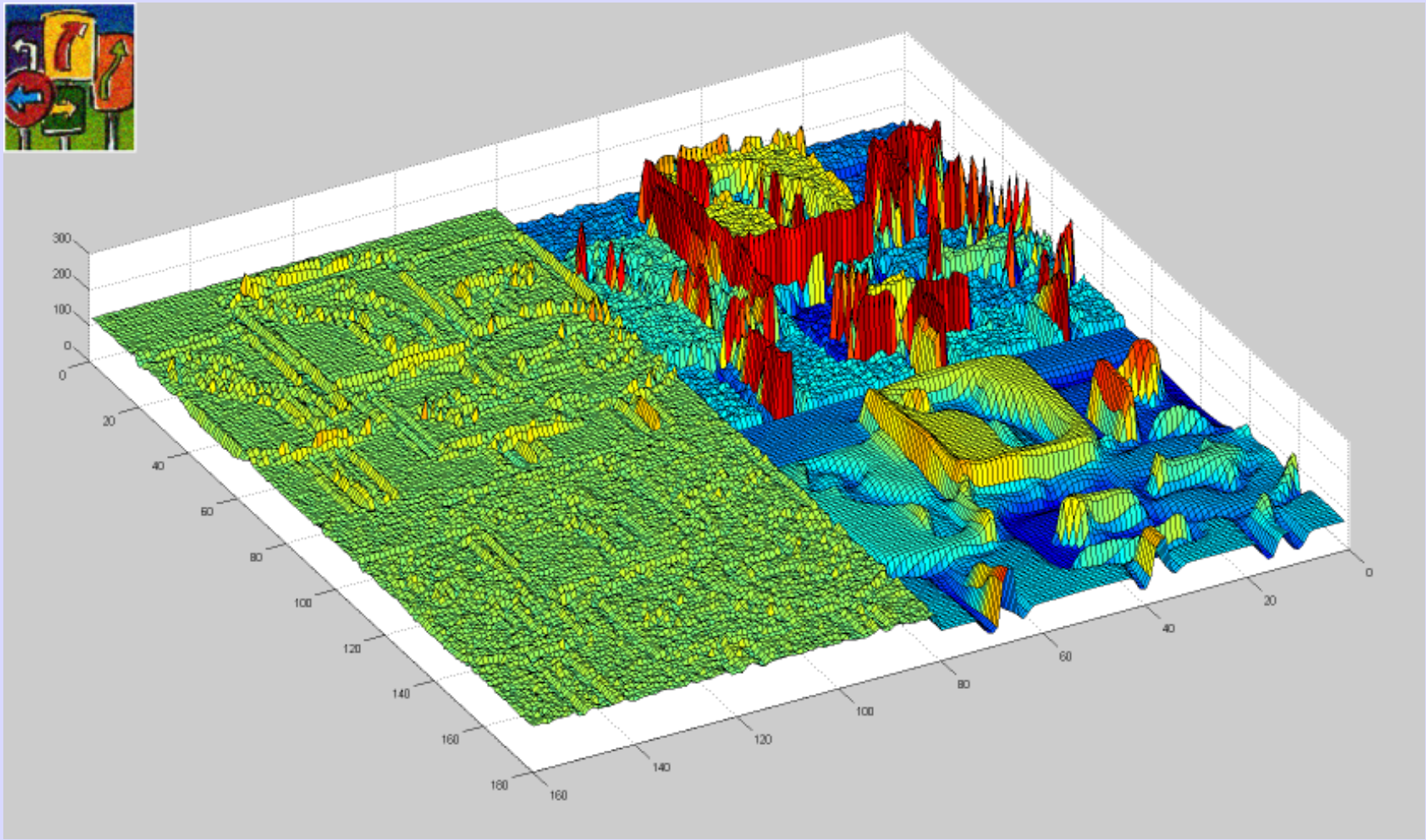
Objectif principal :

Obtenir la composante texture dynamique pure au sein d'une vidéo, indépendemment de la géométrie et du bruit.

Comment décomposer une séquence d'images en composantes :

- Régularisée, représentative de la géométrie : U
- Oscillante, présentant des répétitivités, représentative de la texture : V
- Fortement oscillante, le bruit : W

Décomposition d'une image - de haut en bas, de gauche à droite :
Composante texture V, Image originale, Composante bruit W et géométrique U



Modèle de régularisation

Modèles issu des problèmes dit mal posés, inverses ; typiquement on à :

$$f = A.u + n$$

avec :

- f l'image observée, une version dégradée de u.
- u l'image idéale, l'originale à recouvrer.
- A le flou, un opérateur linéaire (par exemple une convolution).
- n le bruit (additif la plupart du temps).

Modèle de régularisation

Afin de retrouver u, on cherche :

$$\underset{inf}{u} \int_{\Omega} |f - Au|^2 dx$$

Solution directe : $A * f - A * Au = 0$
Mais : A*A pose problème lors du calcul.

Modèle de régularisation

Afin de retrouver u, on cherche :

$$\underset{inf}{u} \int_{\Omega} |f - Au|^2 dx$$

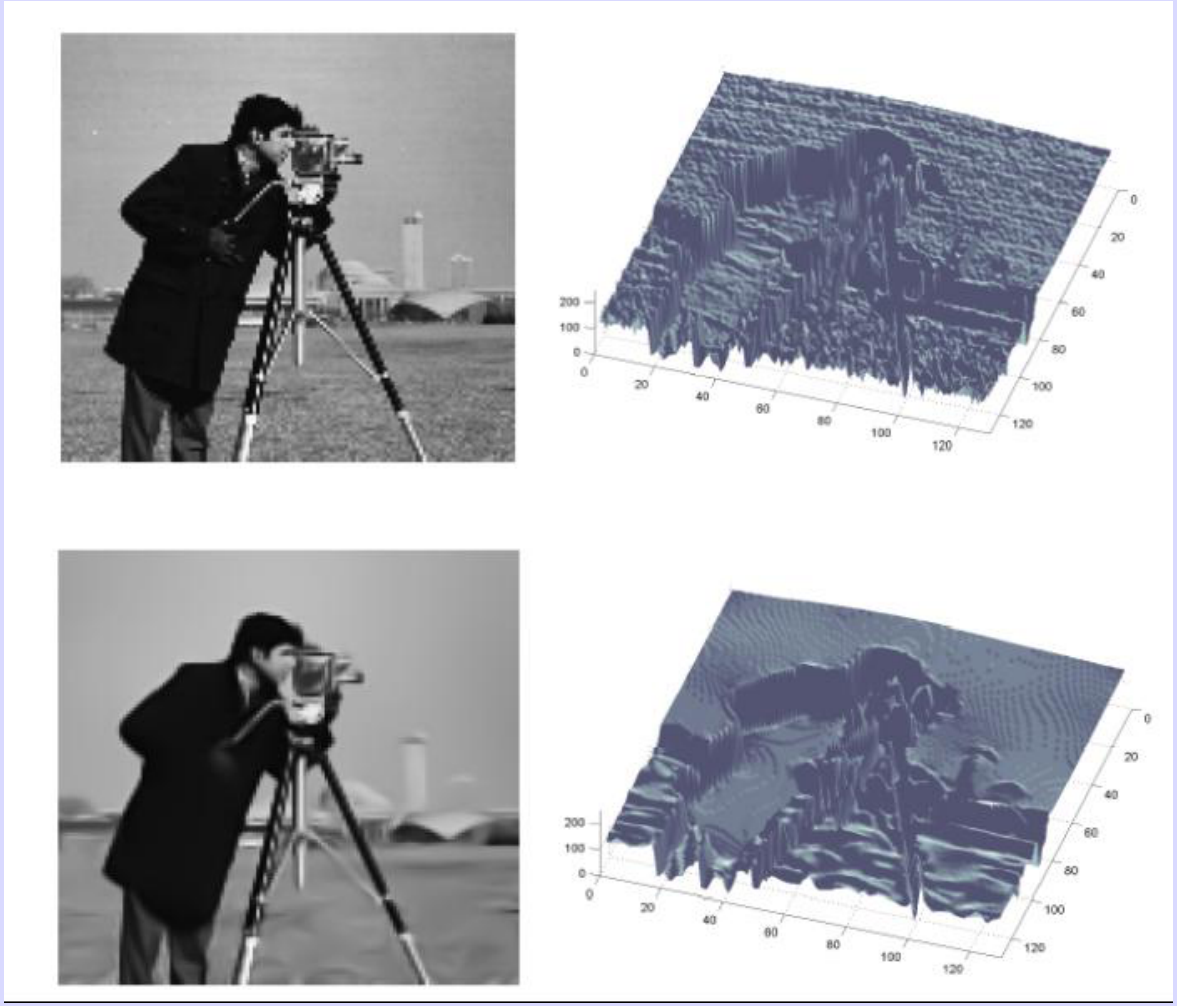
Solution directe : $A * f - A * Au = 0$
Mais : A*A pose problème lors du calcul.

Classiquement, on introduit un terme de régularisation, on à :

$$\underset{inf}{u} \int_{\Omega} |f - Au|^2 + \lambda \underbrace{L(u)}_{\text{Terme de régularisation}}$$

avec, L une fonction non négative.

Régularisation de l'image Cameraman grace au modèle Rudin Osher Fatemi.



Espace BV et Variation Totale

- L'espace des fonctions à variation bornée (BV) est un choix idéal (à priori) :
  - préservation des discontinuités.
  - régularité des solutions.
- On rapelle ici sa définition :
  $BV(\Omega)$ est le sous espace de fonction de $u \in L^1(\Omega)$, tel que la quantité suivante, la variation totale (TV) de u, soit finie :

$$J(u) = sup\left\{\int_\Omega u(x)div(\xi(x))dx\right\}$$

avec $\xi \in C_c^1(\Omega, \mathbb{R}^2), ||\xi||_{L^\infty(\Omega)} \leq 1$

Modèle de décomposition

Modèle de décomposition d'Y. Meyer [LML01] :

$$\inf_{(u,v)\in BV\times G/f=u+v} \left(\int |Du| + \alpha \|v\|_G \right)$$

Avec G, l'espace de Banach, composé des distributions f qui peuvent s'écrire $f = \partial_1 g_1 + \partial_2 g_2 = div(g)$ avec g_1 et g_2 éléments de $L^\infty(\Omega)$.

On associe à G la norme suivante :

$\|v\|_G =$

$$inf \left\{ \|g\|_{L^\infty(\Omega,\mathbb{R}^2)} / v = div(g), g = (g_1, g_2), |g(x)| = \sqrt{(|g_1|^2 + |g_2|^2)(x)} \right\}$$

Présentation du modèle Aujol-Chambolle

Ce modèle repose sur l'utilisation des normes duales, basées sur les espaces BV, G et E

$$\inf_{(u,v,w)\in BV\times G\times E} F(u,v,w) = \underbrace{J(u)}_{\substack{\text{Regularisation}\\ \text{TV - Géométrie}}} + \underbrace{J^*\left(\frac{v}{\mu}\right)}_{\substack{\text{Extraction de la}\\ \text{Texture}}} + \underbrace{B^*\left(\frac{w}{\delta}\right)}_{\substack{\text{Extraction du Bruit}\\ \text{par seuillage}}} + \underbrace{\frac{1}{2\lambda}\|f-u-v-w\|_X^2}_{\text{Partie résiduelle}}$$

Modèle de séquences d'image

On défini une séquence d'images comme un volume 3-D discret, en lui associant une fonction d'intensité lumineuse ou colorimétrique : I(x,y,t).

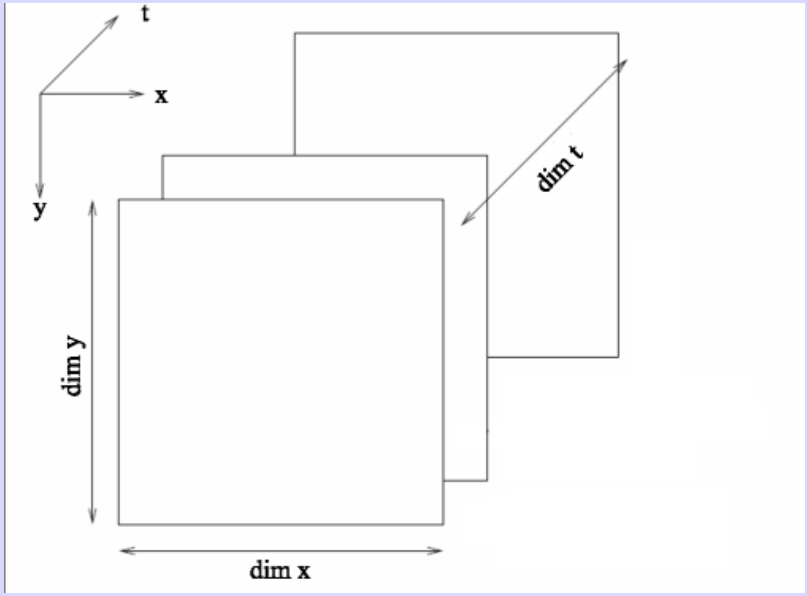


FIG.: Modèle de séquence d'image : volume tridimensionel I(x,y,t)

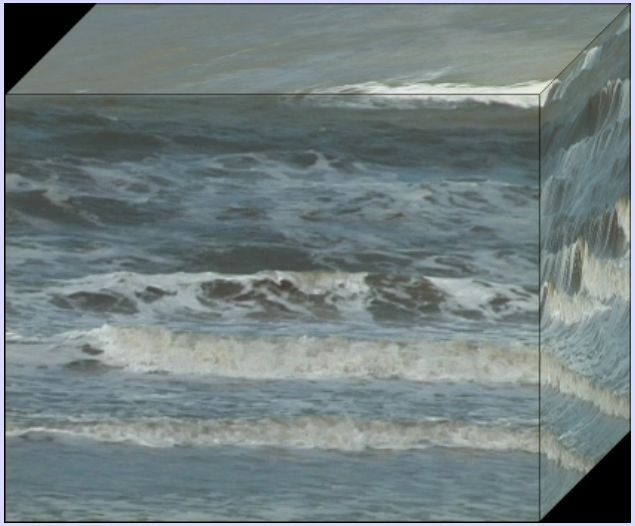


FIG.: Volume séquence d'image

Reformulation de la Variation Totale

Afin de prendre en compte l'aspect temporel des séquences d'images on propose :

- Une Variation Totale étendue :

$$\int_t \int_\Omega |\nabla_{xyt} u| \, dx \; dy \; dt$$

avec $\nabla_{xyt} u$ le gradient spatiotemporel de u.

Reformulation de la Variation Totale

Afin de prendre en compte l'aspect temporel des séquences d'images on propose :

- Une Variation Totale étendue :

$$\int_t \int_\Omega |\nabla_{xyt} u| \, dx \; dy \; dt$$

  avec $\nabla_{xyt} u$ le gradient spatiotemporel de u.
- On donne la version discrète de la Variation Totale de u telle que :

$$TV(u) \doteq (\nabla u)^1_{i,j,k} + (\nabla u)^2_{i,j,k} + \alpha * (\nabla u)^3_{i,j,k}$$

Reformulation de la Variation Totale

Afin de prendre en compte l'aspect temporel des séquences d'images on propose :

- Une Variation Totale étendue :

$$\int_t \int_\Omega |\nabla_{xyt} u| \, dx \; dy \; dt$$

  avec $\nabla_{xyt} u$ le gradient spatiotemporel de u.
- On donne la version discrète de la Variation Totale de u telle que :

$$TV(u) \doteq (\nabla u)^1_{i,j,k} + (\nabla u)^2_{i,j,k} + \alpha * (\nabla u)^3_{i,j,k}$$

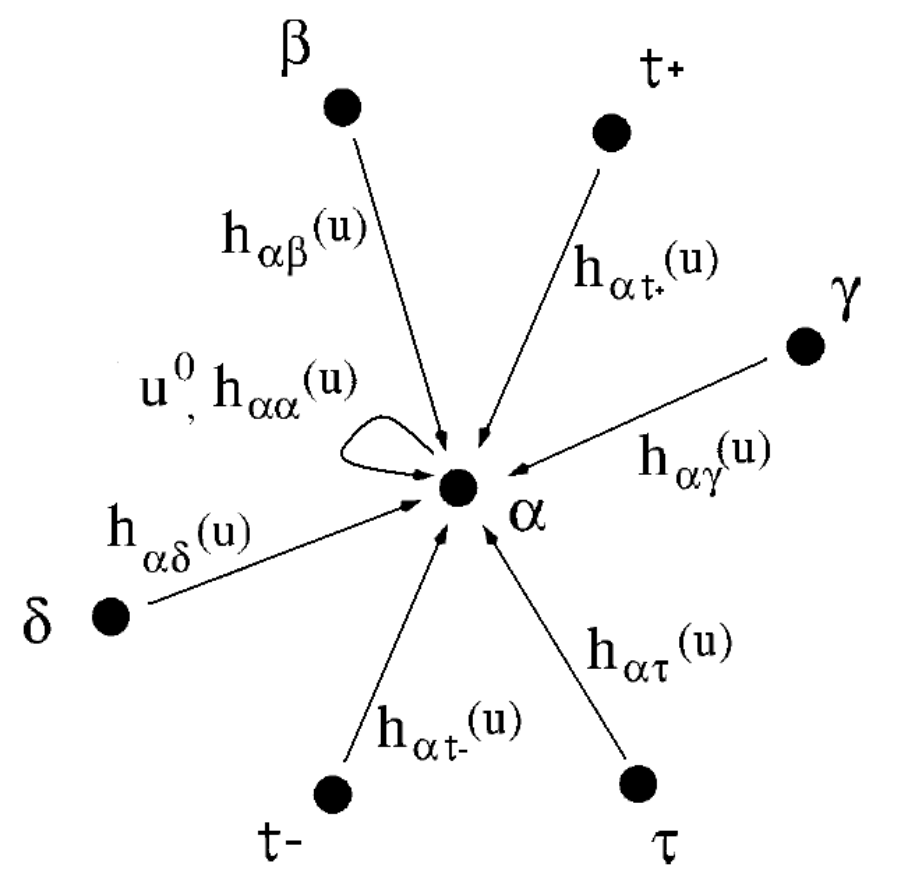
- On redéfinie la fonctionnelle telle que :

$$J(u) = \int_t \int_\Omega |\nabla_{xyt} u| \, dxdydt + \frac{\lambda}{2} \int_t \int_\Omega (u - u^0)^2 dxdydt$$

Filtres TV numérique

Résolution par filtrage non linéaire (Chan, Osher et Shen) des composantes de Chromacité et de Brillance.

- Si α et β sont reliés par un contour, on écrit $\alpha \sim \beta_{st}$.
- La valeur au noeud α est notée u_α et la variaiton locale à chaque noeud est définie telle que $|\nabla_\alpha u| := \sqrt{\sum_{\beta_{st} \sim \alpha} (u_{\beta_{st}} - u_\alpha)^2}$.



Filtres TV numérique

Pour un signal spatiotemporel bruité donné u^0, le filtre TV numérique, $\mathcal{F}_\alpha^{\varepsilon,\lambda}$, est défini tel que :

$$\mathcal{F}_\alpha^{\varepsilon,\lambda}\left(u, u^0\right) = \sum_{\beta_{st}\sim\alpha} h_{\alpha\beta_{st}}(u) u_{\beta_{st}} + h_{\alpha\alpha}(u) u_\alpha^0$$

avec les coefficients des filtres passe-bas tels que :

$$h_{\alpha\beta_{st}}(u) = \frac{w_{\alpha\beta_{st}}(u)}{\lambda + \sum_{\gamma\sim\alpha} w_{\alpha\gamma}(u)}$$

$$h_{\alpha\alpha}(u) = \frac{\lambda}{\lambda + \sum_{\gamma\sim\alpha} w_{\alpha\gamma}(u)}$$

$$w_{\alpha\beta_{st}}(u) = \frac{1}{\sqrt{|\nabla_\alpha u|^2 + \varepsilon^2}} + \frac{1}{\sqrt{|\nabla_{\beta_{st}} u|^2 + \varepsilon^2}}$$

Comparaison de la décomposition dynamique/statique

Composante géométrique statique

Séquence originale

Composante géométrique dynamique

Composante texture statique

Différence directe entre texture statique et dynamique

Composante texture dynamique

Présentation du modèle Osher Vese

En reprenant la nouvelle définition associée à G on cherche une approximation dans L^∞ de la norme $\|\vec{g}\| = \sqrt{g_1^2 + g_2^2 + g_3^2}$,pour g_1, g_2 et $g_3 \in L^\infty(\mathbb{R}^3)$:

$$\|\sqrt{g_1^2 + g_2^2 + g_3^2}\| = \lim_{p \to \infty} \|\sqrt{g_1^2 + g_2^2 + g_3^2}\|_{L^p}$$

On propose la minimisation suivante issue du modèle de Meyer :

$$\inf_{\vec{u},\vec{g}} \left\{ G_p(\vec{u},\vec{g}) = \int |\nabla u| + \lambda \int |f - u - \partial_x g_1 - \partial_y g_2 - \partial_t g_3|^2 dxdydt \right\}$$
$$\left\{ +\mu \left[\int \left(\sqrt{g_1^2 + g_2^2 + g_3^2} \right)^p dxdydt \right]^{\frac{1}{p}} \right\}$$

Mise en forme du problème

Afin de minimiser l'energie décrite précédemment u, g_1, g_2, g_3, on pose les équations d'Euler-Lagrange correspondantes :

$$u = f - u - \partial_x g_1 - \partial_y g_2 - \partial_t g_3 + \frac{1}{2\lambda} div\left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|}\right)$$

$$\mu(\|\sqrt{g_1^2+g_2^2+g_3^2}\|)^{1-p}(\sqrt{g_1^2+g_2^2+g_3^2})^{p-2}g_1 = 2\lambda\left[\frac{\partial}{\partial_x}(u-f) + \partial^2_{xx}g_1 + \partial^2_{xy}g_2 + \partial^2_{xt}g_3\right]$$

$$\mu(\|\sqrt{g_1^2+g_2^2+g_3^2}\|)^{1-p}(\sqrt{g_1^2+g_2^2+g_3^2})^{p-2}g_2 = 2\lambda\left[\frac{\partial}{\partial_y}(u-f) + \partial^2_{yx}g_1 + \partial^2_{yy}g_2 + \partial^2_{yt}g_3\right]$$

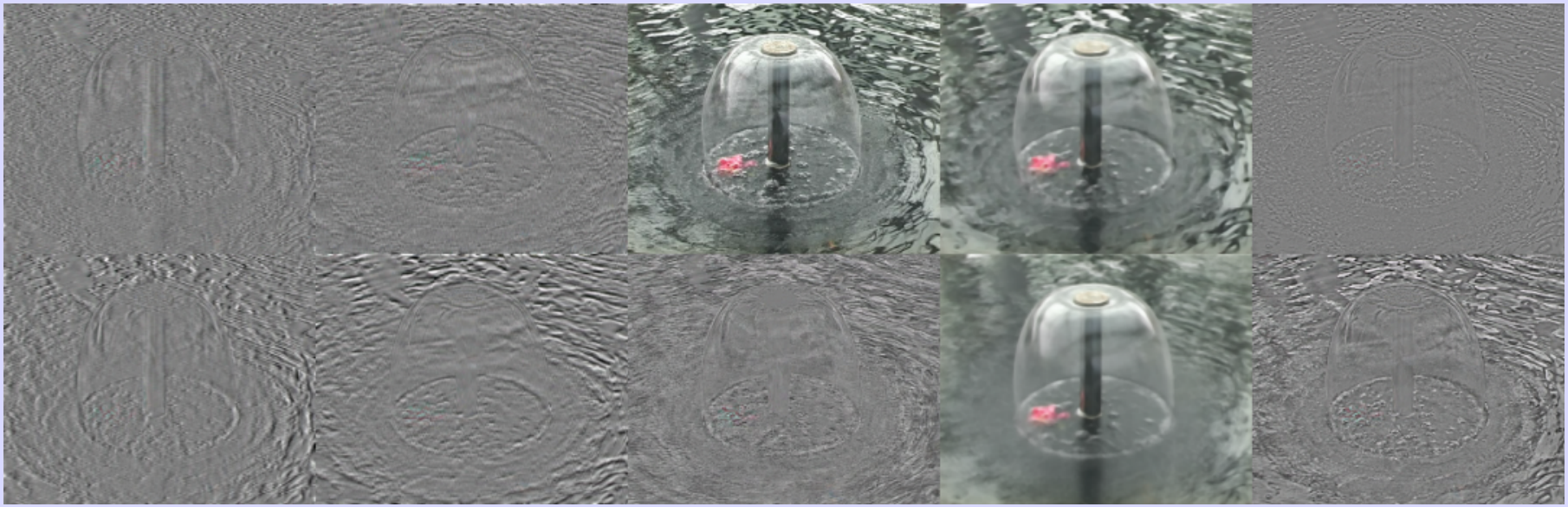
$$\mu(\|\sqrt{g_1^2+g_2^2+g_3^2}\|)^{1-p}(\sqrt{g_1^2+g_2^2+g_3^2})^{p-2}g_3 = 2\lambda\left[\frac{\partial}{\partial_t}(u-f) + \partial^2_{xt}g_1 + \partial^2_{yt}g_2 + \partial^2_{tt}g_3\right]$$

Résolution numérique du problème

$$u^{n+1} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2\lambda h^2}\left(\frac{1}{|\nabla|_{i+\frac{1}{2}}} + \frac{1}{|\nabla|_{i-\frac{1}{2}}} + \frac{1}{|\nabla|_{j+\frac{1}{2}}} + \frac{1}{|\nabla|_{j-\frac{1}{2}}} + \frac{1}{|\nabla|_{k+\frac{1}{2}}} + \frac{1}{|\nabla|_{k-\frac{1}{2}}}\right)}$$
$$* \left[f - \partial_x g_1 - \partial_y g_2 - \partial_t g_3 + \frac{1}{2\lambda h^2}\left(\frac{u^n_{i+1}}{|\nabla|_{i+\frac{1}{2}}} + \frac{u^n_{i-1}}{|\nabla|_{i-\frac{1}{2}}} + \frac{u^n_{j+1}}{|\nabla|_{j+\frac{1}{2}}} + \frac{u^n_{j-1}}{|\nabla|_{j-\frac{1}{2}}} + \frac{u^n_{k+1}}{|\nabla|_{k+\frac{1}{2}}} + \frac{u^n_{k-1}}{|\nabla|_{k-\frac{1}{2}}}\right)\right.$$

$$g_1^{n+1} = \frac{2\lambda}{\mu H(\vec{g^h}) + \frac{4\lambda}{h^2}}\left[\partial_x u^n - \partial_x f + \frac{g^n_{1_{i+1}} + g^n_{1_{i-1}}}{h^2} + \partial^2_{xy} g^n_2 + \partial^2_{xt} g^n_3\right]$$
$$g_2^{n+1} = \frac{2\lambda}{\mu H(\vec{g^h}) + \frac{4\lambda}{h^2}}\left[\partial_y u^n - \partial_y f + \partial^2_{xy} g^n_1 + \frac{g^n_{2_{j+1}} + g^n_{1_{j-1}}}{h^2} + \partial^2_{yt} g^n_3\right]$$
$$g_3^{n+1} = \frac{2\lambda}{\mu H(\vec{g^h}) + \frac{4\lambda}{h^2}}\left[\partial_t u^n - \partial_t f + \partial^2_{xt} g^n_1 + \partial^2_{yt} g^n_2 + \frac{g^n_{3_{k+1}} + g^n_{3_{k-1}}}{h^2}\right]$$

Comparaison des modèle Statique - Dynamique

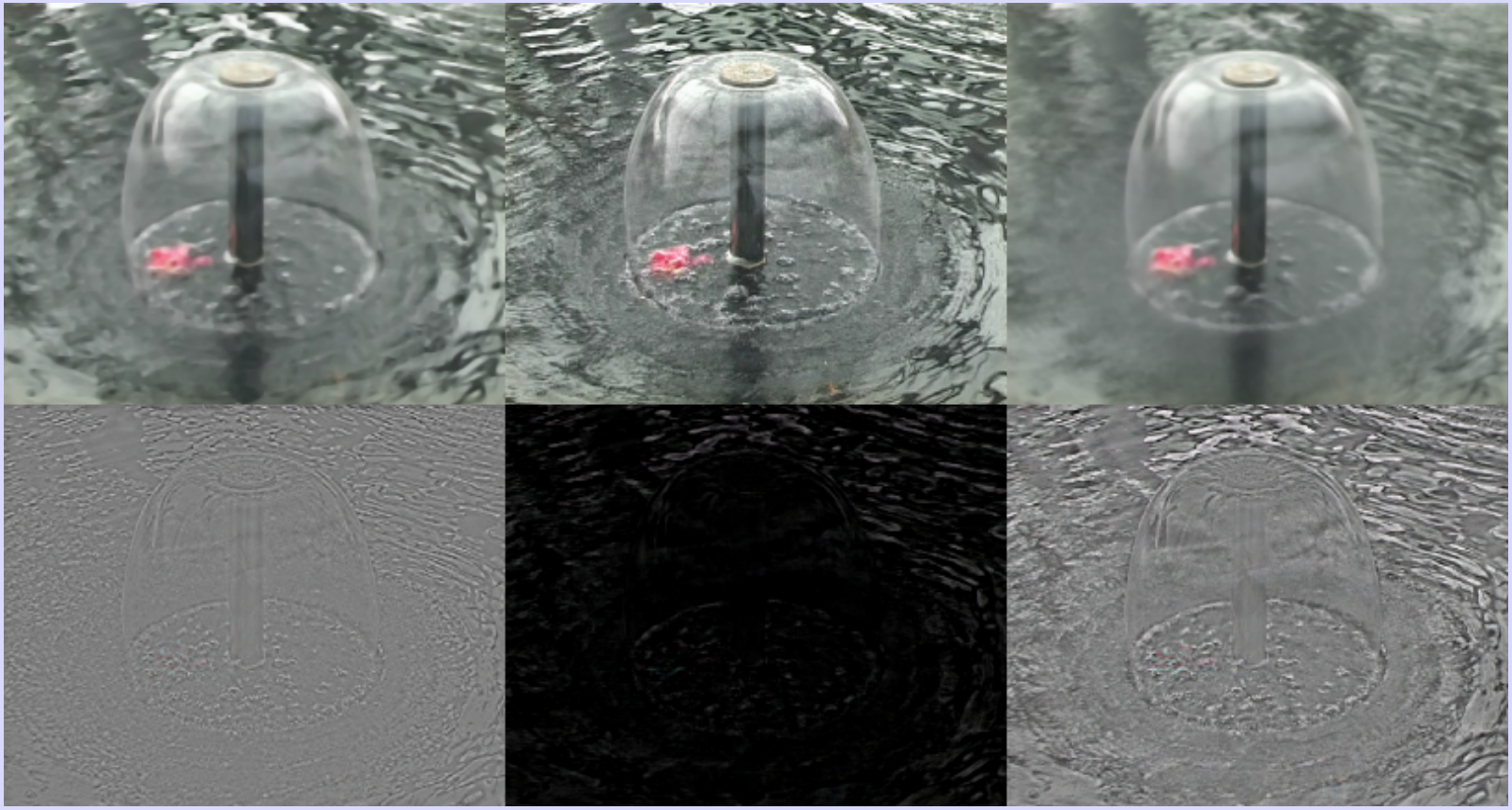


Comparaison des modèles Statique - Dynamique

Composante géométrique statique

Séquence originale

Composante géométrique dynamique



Composante texture statique

Différence directe entre texture statique et dynamique

Composante texture dynamique

Comparaison des modèles Statique - Dynamique

Composante géométrique statique

Séquence originale

Composante géométrique dynamique

Composante texture statique

Différence directe entre texture statique et dynamique

Composante texture dynamique

Extraction d'objets en mouvement

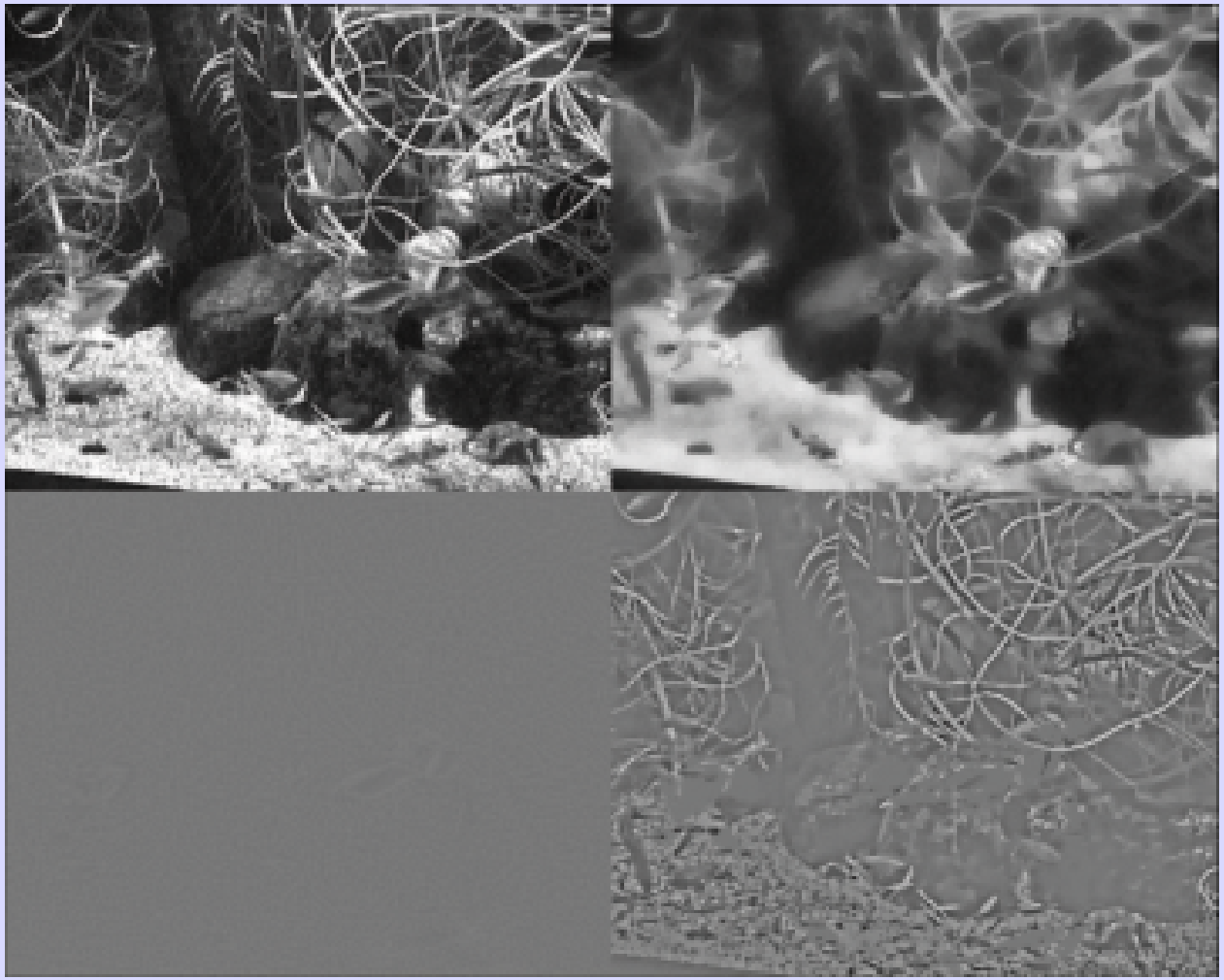


Fig.: Extraction UVW de la partie statique

Extraction d'objets en mouvement

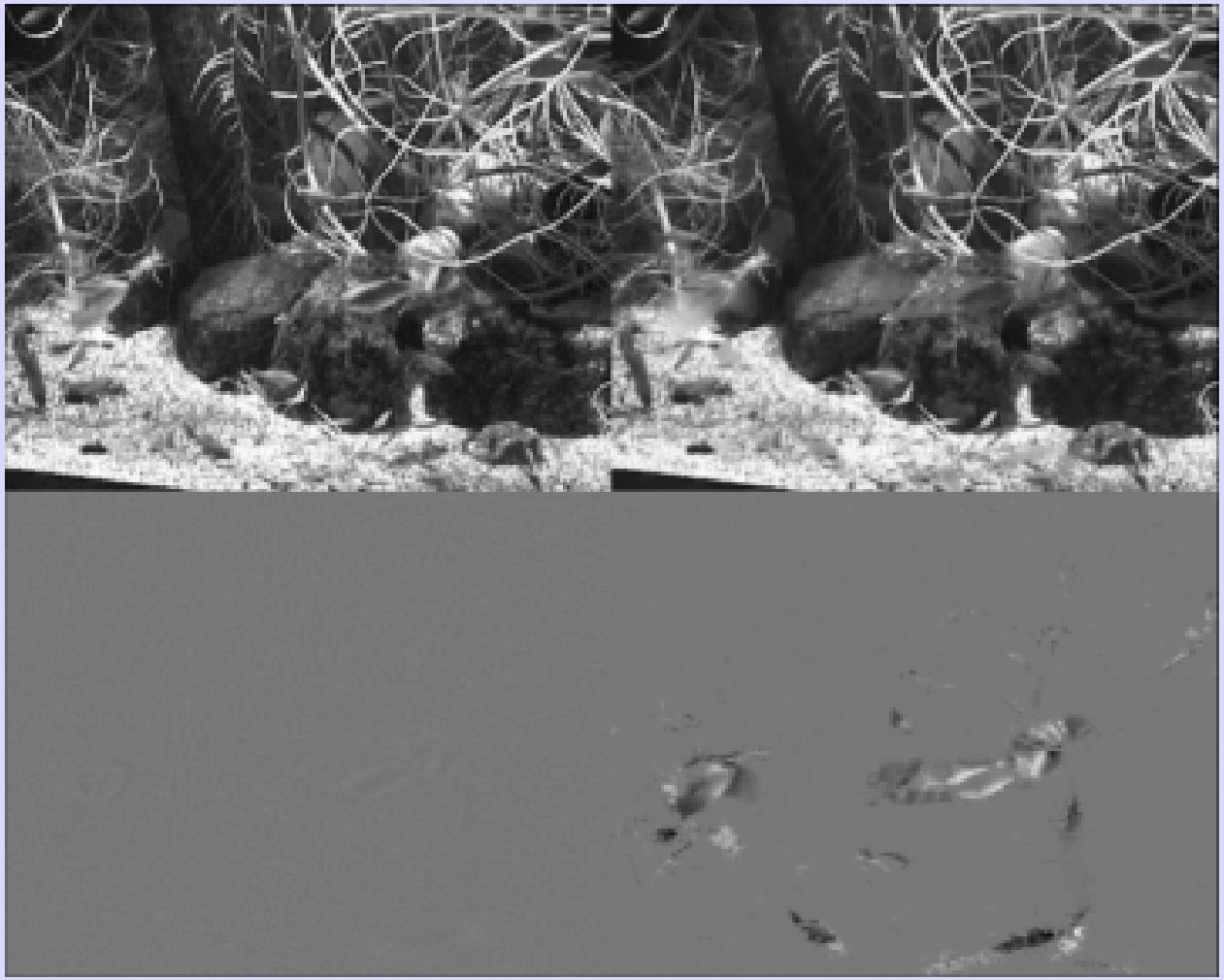


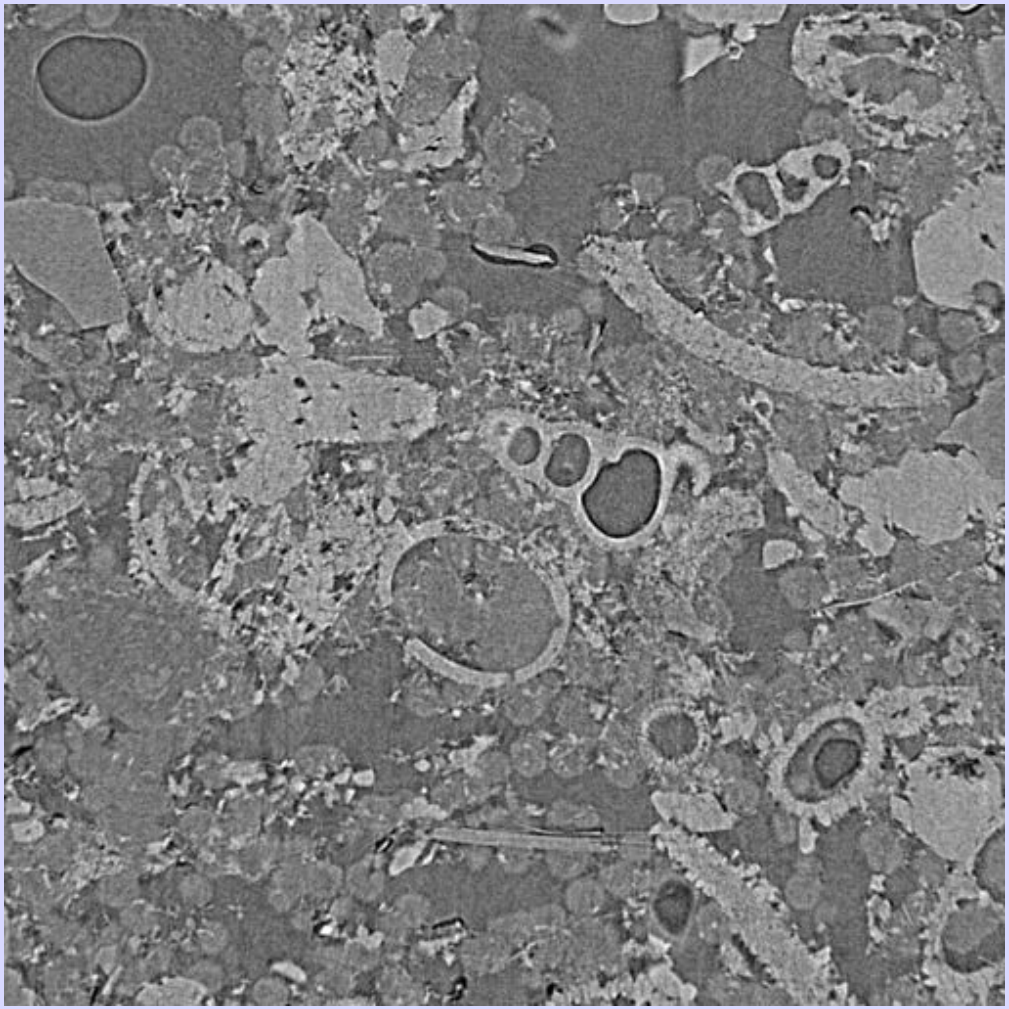
FIG.: Extraction UVW de la dynamique

Extraction d'illuminants

Comparaison entre séquence originale et recomposition après suppression de la composante temporelle de la divergence.

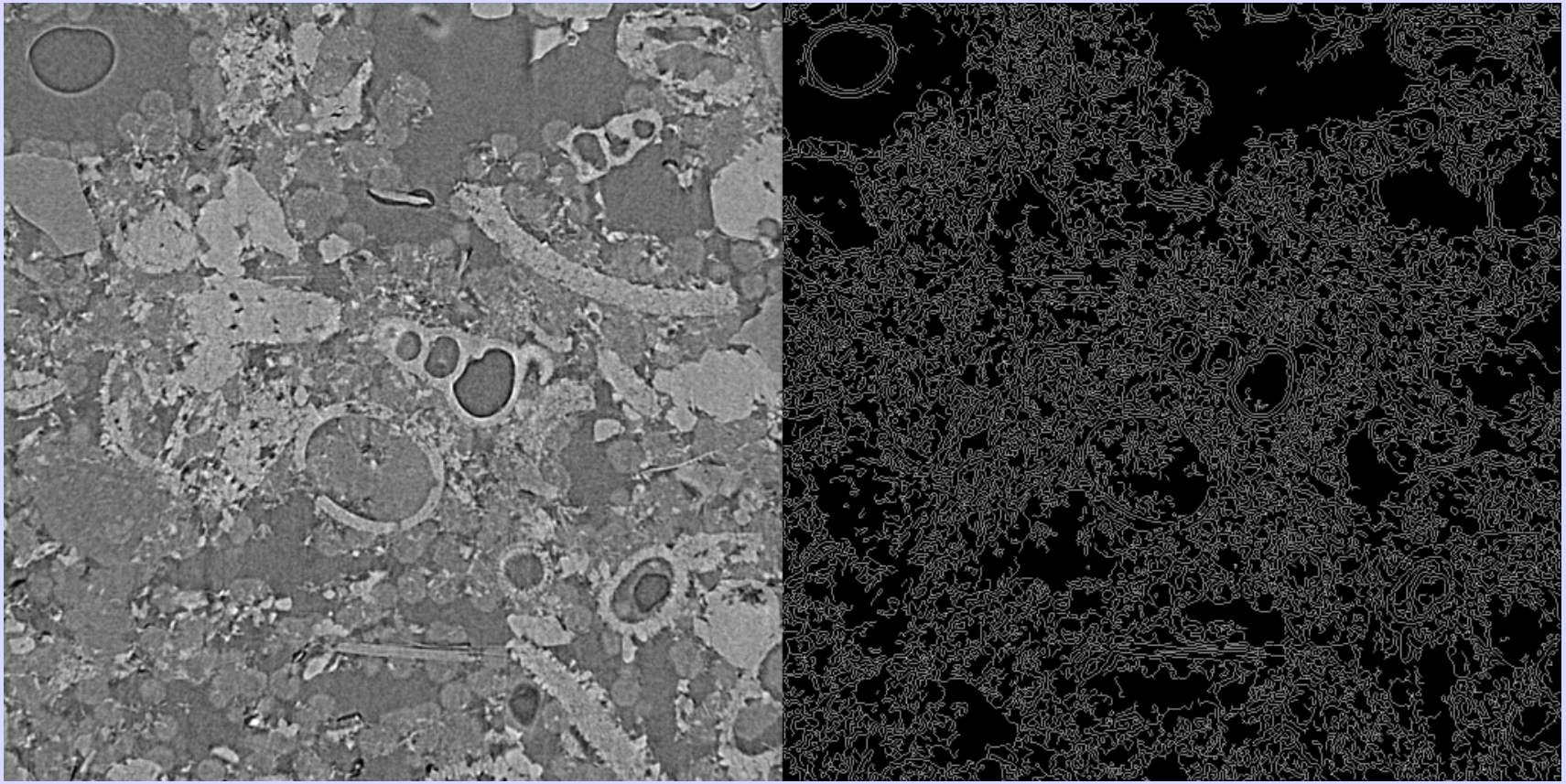
Aide à la segmentation

Image de tomographie de pierre pour la restauration des monuments.



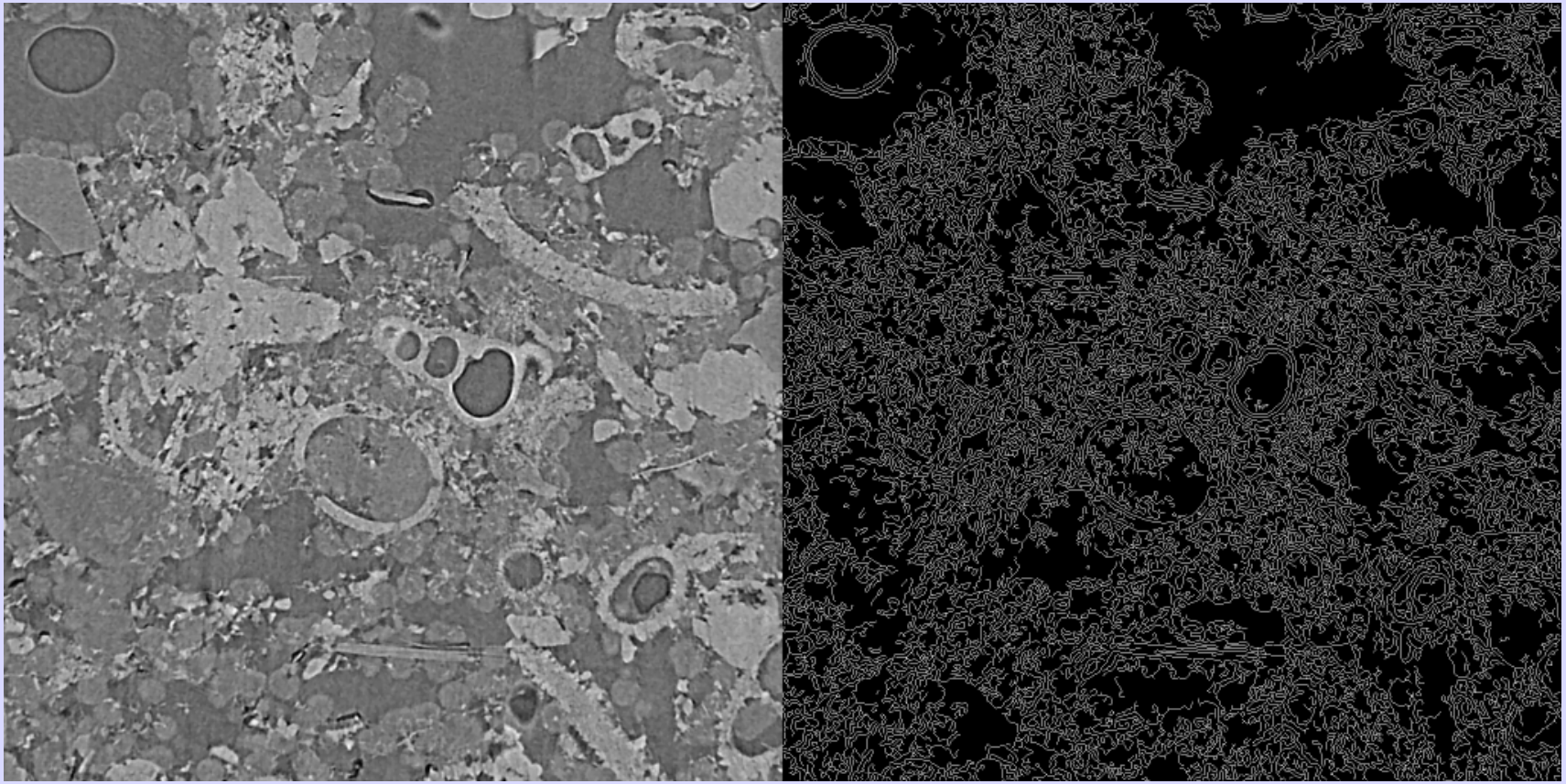
Aide à la segmentation

Segmentation simple (Canny).



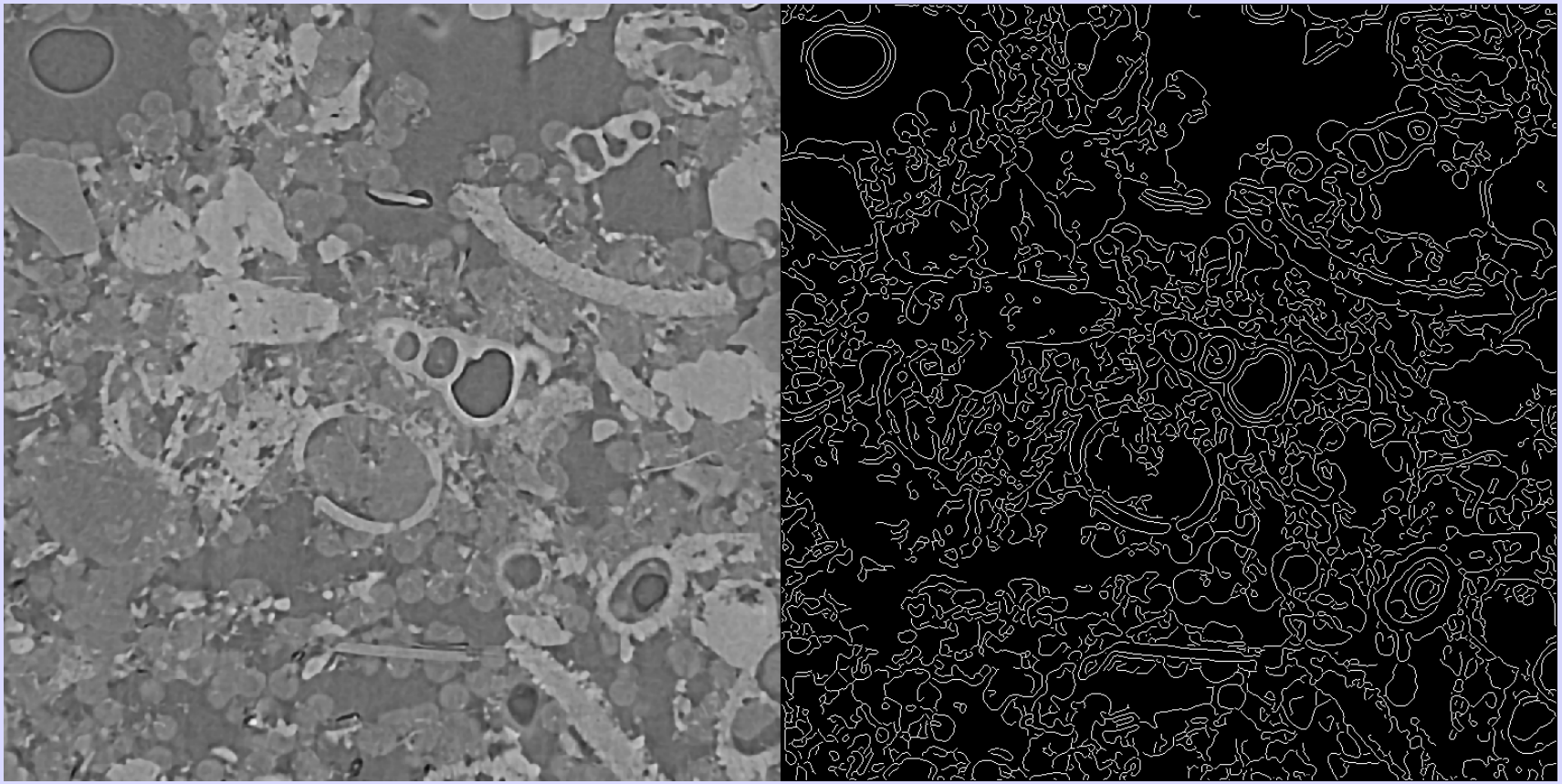
Aide à la segmentation

Segmentation simple de la géométrie après décomposition statique(Canny).



Aide à la segmentation

Segmentation simple (Canny) de la composante géométrie après décomposition sur le volume d'image (utilisation de z au lieu de t comme 3ème dimension).



Modèle et méthodes originales

- Utilisation de tenseur de structure pour piloter la décomposition.
- Utilisation de la métrique Riemannienne pour "booster" la décomposition et préserver les contours.

Modèle et méthodes originales

- Utilisation de tenseur de structure pour piloter la décomposition.
- Utilisation de la métrique Riemannienne pour "booster" la décomposition et préserver les contours.

Validation de la méthodologie sur les images d'echo piv cardiovasculaire (obtenues en partenariat avec le CHRU de Poitiers et le laboratoire de biomécanique de Marseille)

Travaux en cours

- Extension d'autres modèles pour valider notre méthode.

Travaux en cours

- Extension d'autres modèles pour valider notre méthode.
- Se donner les moyens de qualifier la décomposition afin de comparer les modèles.

Travaux en cours

- Extension d'autres modèles pour valider notre méthode.
- Se donner les moyens de qualifier la décomposition afin de comparer les modèles.
  - Correlation pour l'aide à la sélection des paramètres.
  - Théorie de l'information de Kolmogorov basé sur la compression.

Travaux en cours

- Extension d'autres modèles pour valider notre méthode.
- Se donner les moyens de qualifier la décomposition afin de comparer les modèles.
  - Correlation pour l'aide à la sélection des paramètres.
  - Théorie de l'information de Kolmogorov basé sur la compression.
- Amélioration de la qualité du bruit extrait.

Travaux en cours

- Extension d'autres modèles pour valider notre méthode.
- Se donner les moyens de qualifier la décomposition afin de comparer les modèles.
  - Correlation pour l'aide à la sélection des paramètres.
  - Théorie de l'information de Kolmogorov basé sur la compression.
- Amélioration de la qualité du bruit extrait.
- Comparaison avec les méthodes MCA (J.L. Starck).

Travaux en cours

- Extension d'autres modèles pour valider notre méthode.
- Se donner les moyens de qualifier la décomposition afin de comparer les modèles.
  - Correlation pour l'aide à la sélection des paramètres.
  - Théorie de l'information de Kolmogorov basé sur la compression.
- Amélioration de la qualité du bruit extrait.
- Comparaison avec les méthodes MCA (J.L. Starck).
- Extraction de fond/forme.
- Inpainting

Travaux en cours

- Extension d'autres modèles pour valider notre méthode.
- Se donner les moyens de qualifier la décomposition afin de comparer les modèles.
  - Correlation pour l'aide à la sélection des paramètres.
  - Théorie de l'information de Kolmogorov basé sur la compression.
- Amélioration de la qualité du bruit extrait.
- Comparaison avec les méthodes MCA (J.L. Starck).
- Extraction de fond/forme.
- Inpainting

- Travail collaboratif / Comparaison avec les travaux de Sloven

Perspectives de rédaction de thèse

1. Etat de l'art.

Perspectives de rédaction de thèse

1. Etat de l'art.
2. Extension temporelle des modèles de décomposition.

Perspectives de rédaction de thèse

1. Etat de l'art.
2. Extension temporelle des modèles de décomposition.
3. Modèle original et extension temporelle.

Perspectives de rédaction de thèse

1. Etat de l'art.
2. Extension temporelle des modèles de décomposition.
3. Modèle original et extension temporelle.
4. Méthode de comparaison des modèles et sélections des paramètres.

Perspectives de rédaction de thèse

1. Etat de l'art.
2. Extension temporelle des modèles de décomposition.
3. Modèle original et extension temporelle.
4. Méthode de comparaison des modèles et sélections des paramètres.
5. Contribution à l'indexation.

Perspectives de rédaction de thèse

1. Etat de l'art.
2. Extension temporelle des modèles de décomposition.
3. Modèle original et extension temporelle.
4. Méthode de comparaison des modèles et sélections des paramètres.
5. Contribution à l'indexation.
6. Champs applicatifs.

Merci pour votre attention

Shrinkage basé sur la variation totale

Lien entre l'algorithme de seuillage avec l'ondelette de Haar et l'EDP de diffusion non linéaire :

$$u_t = div(g(|\Delta u|\Delta u))$$

$$\frac{\sqrt{2}}{4} S_\theta \left(\frac{s}{\sqrt{2}} \right) = s \left(\frac{1}{4} - \tau g(|s|) \right)$$